

収縮ノズルに関する理論的研究

| | |
|-----|---|
| 著者 | 小林 陵二 |
| 号 | 21 |
| 発行年 | 1959 |
| URL | http://hdl.handle.net/10097/8757 |

| | |
|---------------|-------------------------------|
| 氏 名 | こ ばやし りょう じ 小 林 陵 二 |
| 授 与 学 位 | 工 学 博 士 |
| 学 位 授 与 年 月 日 | 昭和 35 年 3 月 25 日 |
| 学位授与の根拠法規 | 学位規則第 5 条第 1 項 |
| 研究科，専攻の名称 | 東北大学大学院工学研究科 (博士課程) 機械工学専攻 |
| 学 位 論 文 題 目 | 収縮ノズルに関する理論的研究 |
| 指 導 教 官 | 東北大学教授 沼 知 福 三 郎 |
| 論 文 審 査 委 員 | 東北大学教授 沼 知 福 三 郎 |
| | 東北大学教授 淵 沢 定 敏 |
| | 東北大学教授 斎 藤 清 一 |

論文内容要旨

緒 論

キャビテーション・タンネルや密閉式風洞の測定部等に使用する収縮ノズル、或いは、開放式風洞、ペルトン水車、消防用筒先、又は、石炭掘削用筒先等のノズルにおけるノズル内の流速分布の一樣性は、ノズル壁面に沿う圧力分布の影響を受ける。例えば、ノズル壁面に局所的圧力上昇領域が存在する場合には、境界層の成長を促し、はく離の可能性を伴い、従つて、上記流速分布の一樣性を妨げるであろう。依つて、かような圧力上昇領域を生じないノズル形状の設計法、或いは、与えられた任意形状のノズル内の圧力分布を解析する方途を提唱することは有意義なことと考えられる。

本論文においては、かかる目的に基づいた、ノズルを通る二次元及び軸対称流れに関する理論的研究を述べている。即ち、第一編においては、噴流を不連続流れとしてノズルの形状を等角写像法によつて求める一方法を提示している。従来知見するこの種の研究 [1; 2] においては、ノズル壁面に沿う圧力分布に局所的な不連続領域が存在し、それを回避することが解析上の難点として残された問題であつたが、本法において新たな写像関数の導入により、上記の難点を解決することができた。

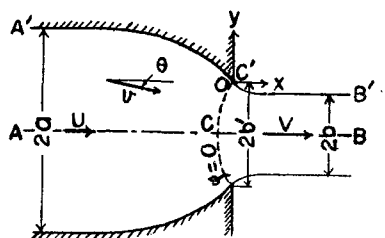
第二編においては、任意形状ノズル内のポテンシャル流れに関する二次元並びに軸対称理論を展開している。その解析方法としては、与えられた壁面に沿うて分布した吹出しと、噴流表面に沿うて分布した渦とに、一樣流をスーパーポーズしてノズル内の流れを求める方法をとつてゐる。本理論による数値計算例として、J. F. Ripken [3] が設計したノズルを採り上げ、その圧力分布を算出し、同氏の実験値と対比して満足すべき一致をみた。又、E. Reichel 等 [4] が実験に供したペルトン水車ノズルについて、圧力分布及び噴流形状を算出し、筆者が行つた実験の結果と対比して満足すべき一致をみた。

第 一 編 噴流を不連続流れとして二次元ノズルの形状を求める一方法

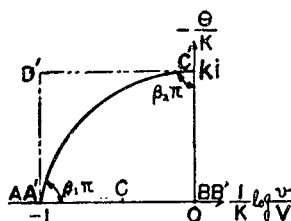
1. 写 像 関 数

物理面 z において第 1.1 図に示すような上下対称のノズルを通る二次元流れを考える。このノズル内の流れは、次式

$$\zeta = \frac{1}{K} \log_e \frac{1}{V} \frac{dw}{dz} = \frac{1}{K} (\log_e \frac{v}{V} - i\theta) \quad (1.1)$$



第 1.1 図 z 面



第 1.2 図 w 面

によつて定義する速度面 ζ においては第 1.2 図に相当記号で示す線分及び曲線に対応する。但しここに $K = \log_e a/b$ である。ノズル壁面に対応する曲線 $A'C'$ を、前法 [2] においては $A'D'$ 及び $D'C'$ の二線分をもつて与え、その結果、曲線形状のノズル壁面を得たが、点 D' に対応する

[1] カッコ内の数字は末尾の参考文献の番号を示す。以下同様。

壁面上の点で速度勾配が不連続となつた。よつて本法においては $\widehat{A'C'}$ を滑らかに一円弧をもつて結んだ。この際ノズルが具備する条件としてノズル入口幅と噴流幅との比 a/b 及びノズル壁面出口の傾斜角 θ_{wo} を任意に与えた場合、 ζ 面の図形は、その内角 $\beta_1\pi$ 或いは $\beta_2\pi$ を任意に取り得るパラメータとして規定される。但し、ノズル壁面に沿う流速分布に減速領域が存在しないためには $\beta_1 \leq 1/2$ でなければならない。又、ノズル壁面の傾斜角 θ_w が出口において最大となる場合には $\beta_2 \leq 1/2$ である。

さて与えた条件によつて ζ 面の円弧三角形が定まれば、その内部と t 面の実軸上半面との間の写像関数は次の如くなる。

$|t| \leq 1$ (噴流領域) に対して、

$$\zeta = i k m_1 t^{\frac{1}{2}} \frac{\zeta_{12}}{\zeta_{11}} \quad (1.2)$$

$|t| \geq 1$ (ノズル領域) に対して、

$$\zeta = -k \frac{\zeta_{21} - m_2(\sin\beta_1\pi + k\cos\beta_1\pi)e^{i\beta_1\pi}t^{-\beta_1}\zeta_{22}}{k\zeta_{21} + m_2(\sin\beta_1\pi - k\cos\beta_1\pi)e^{i\beta_1\pi}t^{-\beta_1}\zeta_{22}} \quad (1.3)$$

ここに、 ζ_{11} , ζ_{12} , ζ_{21} , ζ_{22} は超幾何級数で次式の通りである。

$$\begin{cases} \zeta_{11}(t) = F(\alpha, \beta, \gamma, t) \\ \zeta_{12}(t) = F(\alpha - \gamma + 1, \beta - \gamma + 1, 2 - \gamma, t) \\ \zeta_{21}(t) = F(\alpha, \alpha - \gamma + 1, \alpha - \beta + 1, 1/t) \\ \zeta_{22}(t) = F(\beta, \beta - \gamma + 1, \beta - \alpha + 1, 1/t) \end{cases} \quad (1.4)$$

$$\text{又,} \quad m_1 = \zeta_{11}(1)/\zeta_{12}(1), \quad m_2 = \zeta_{21}(1)/\zeta_{22}(1) \quad (1.5)$$

$$\alpha = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} - \beta_1 - \beta_2 \right), \quad \beta = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} + \beta_1 - \beta_2 \right),$$

$$\gamma = \frac{1}{2} \quad (1.6)$$

2. z 面の座標及び流速

z 面の座標と、その点における流速 v 及びその方向 θ は上記写像関数を次式に代入して算出することができる。

$$z = -\frac{b}{\pi} \int_1^t e^{-k\zeta} \frac{dt}{t} \quad (1.7)$$

$$\frac{v}{V} = \exp\{K \cdot \operatorname{Re}(\zeta)\} \quad (1.8)$$

$$\theta = -K \cdot \operatorname{Im}(\zeta) \quad (1.9)$$

又、噴流の収縮係数 \mathfrak{E} は次の如く表示される。

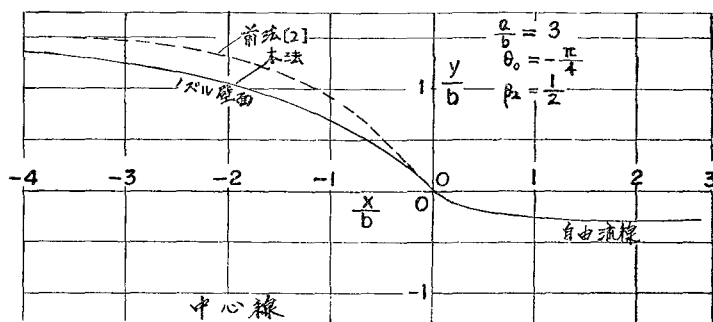
$$\mathfrak{E} = \frac{1}{1 + \frac{1}{\pi} \int_0^1 \sin(K k m_1 \sqrt{t}) \frac{\zeta_{12}/\zeta_{11}}{t} dt} \quad (1.10)$$

3. 数 値 計 算 例

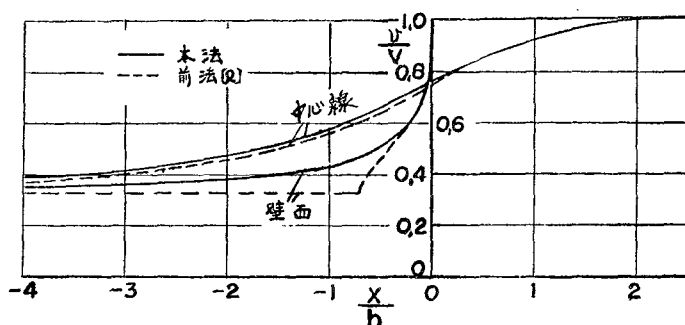
ノズルが具備する条件として次の値

$$a/b = 3.0, \quad \theta_{wo} = -\frac{\pi}{4}$$

を与え、且つノズル壁面の傾斜角が出口で最大となるように $\beta_2=1/2$ と選ぶ。この場合には、 $\beta_1=0.3952 < 1/2$ となり、ノズル壁面上に減速領域は生じない。上記の条件によつてノズル壁面及び噴流形状を算出した結果を第 1.3 図に示す。同図中の点線は、同一条件の下で前法により算出した場合であり、ノズル壁面の形状に著しい相違があるにも拘わらず噴流形状は極めて類似し、その間の差は 1.6% である。ここに、収縮係数は実線の場合が 0.769、点線の場合が 0.753 である。又、ノズル内の流速分布は第 1.4 図に示す如くなり、壁面上の流速変化率の不連続点が本法による場合には存在しない。



第 1.3 図 ノズル壁面及び自由噴流の形状

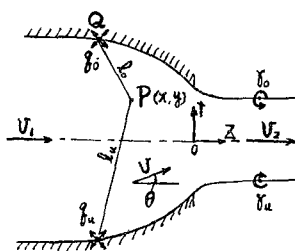


第 1.4 図 ノズル壁面及び中心線に沿う流速分布

第 二 編 任意形状ノズル内の流れに関する理論

第 一 章 二 次 元 理 論

1. 解 析 方 法



第 2.1 図 ノズルを通る二次元流れ

流速 1 なる一様流の場に、解析せんとする与えられた形状を有するノズルを第 2.1 図の如くその軸を流れの方向に一致して置いた場合を考えよう。この場合、ノズル壁面の形状は中心線に対し上下対称であることを要しない。今ノズル壁面上の一点 Q に着目すると、一様流は一般にノズル壁面を貫ぬいているので、境界条件によつて壁面に垂直な速度成分を打消すよう Q 点に吹出しを置く。壁面上の他の全ての点についても同様であるから、結局壁面上に吹

出しが分布されることになる。一方噴流表面に沿うて流速が一定であると仮定すれば、一樣流が噴流表面で持つ接線方向の速度成分のみでは上記の境界条件は満足されていない。依つて、自由流線に沿うてそれぞれの位置に適當した強さの渦を置き上記の境界条件を満足せしめる。これら吹出し及び渦の強さは、一樣流と、分布せる全ての吹出し及び渦が当該境界上に誘起する速度との総ベクトル和に対して境界条件を満足するように決定する。かくして流れの場は一樣流と吹出し分布及び渦分布とのスーパーポーズによつて解析することができる。

なお、噴流の形状は数値計算の当初において未知であるが、最初これを適當に仮定すれば逐次近似的に定めることができる。その際、第一編の数値計算例においてのべたように、噴流の形状は大略ノズル出口の傾斜角によつて定まるので、下坂[1]、筆者[2]乃至は Hahnemann [5] の理論による特種なノズルの噴流形状を参照すれば第零近似を有効に仮定することができる。

2. 誘起速度

解析にあたつて、座標軸原点をノズル出口の中心線上に置き、下流方向に x 軸、それに垂直上方に向け y 軸をとる。しかる時、ノズル壁面に分布せる強さ q の吹出し並びに噴流表面に分布せる強さ r の渦により、ノズル内の任意点 $P(x, y)$ に生ずる誘起速度は x 及び y 方向についてそれぞれ次の如く表示される。

$$\begin{aligned} v_x &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^0 \left\{ \frac{q'_0(x-x')}{l_0'^2 \cos \theta'_0} + \frac{q'_u(x-x')}{l_u'^2 \cos \theta'_u} \right\} dx' \\ &\quad + \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} \left\{ \frac{r'_0(y'-y)}{l_0'^2 \cos \theta'_0} + \frac{r'_u(y'-y)}{l_u'^2 \cos \theta'_u} \right\} dx' \\ &= \int_{-\infty}^0 q' K_{qx} dx' + \int_0^{\infty} r' K_{rx} dx' \end{aligned} \quad (2.1)$$

$$\begin{aligned} v_y &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^0 \left\{ \frac{q'_0(y-y'_0)}{l_0'^2 \cos \theta'_0} + \frac{q'_u(y-y'_u)}{l_u'^2 \cos \theta'_u} \right\} dx' \\ &\quad + \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} \left\{ \frac{r'_0(x-x')}{l_0'^2 \cos \theta'_0} + \frac{r'_u(x-x')}{l_u'^2 \cos \theta'_u} \right\} dx' \\ &= \int_{-\infty}^0 q' K_{qy} dx' + \int_0^{\infty} r' K_{ry} dx' \end{aligned} \quad (2.2)$$

ここに符号 0 は上部ノズル壁面又は上部の噴流表面、 u は下部壁面又は下部噴流表面を意味する。又、

$$l_0'^2 = (x-x')^2 + (y-y'_0)^2, \quad l_u'^2 = (x-x')^2 + (y-y'_u)^2$$

ノズル形状が中心線に対して対称である場合には、

$$\begin{aligned} K_{qx} &= -\frac{(x-x')}{2\pi \cos \theta'_0} \left(\frac{1}{l_0'^2} + \frac{1}{l_u'^2} \right), \quad K_{qy} = \frac{1}{2\pi \cos \theta'_0} \left(\frac{y-y'}{l_0'^2} + \frac{y+y'}{l_u'^2} \right) \\ K_{rx} &= \frac{1}{2\pi \cos \theta'_0} \left(\frac{y'-y}{l_0'^2} + \frac{y+y'}{l_u'^2} \right), \quad K_{ry} = -\frac{(x-x')}{2\pi \cos \theta'_0} \left(\frac{1}{l_0'^2} - \frac{1}{l_u'^2} \right) \end{aligned} \quad (2.3)$$

ここに、 $l_0'^2 = (x-x')^2 + (y-y')^2$, $l_u'^2 = (x-x')^2 + (y+y')^2$

3. 吹出し強さ、渦強さ及び噴流形状

吹出し及び渦の強さは、流れがノズル壁面に沿う条件と噴流表面において流速一定で且つその大きさが噴流の充分下流における流速に等しいことから得られる次の連立積分方程式を解いて定まる。

$$\begin{aligned}
x \leq 0 : \quad & \sin \theta + \int_{-\infty}^0 q' K_{qn} dx' + \int_0^{\infty} r' K_{\gamma n} dx' = 0 \\
x \geq 0 : \quad & \cos \theta + \int_{-\infty}^0 q' K_{qs} dx' + \int_0^{\infty} r' K_{\gamma s} dx' = v_2
\end{aligned} \tag{2.4}$$

ここに,

$$\begin{aligned}
K_{qn} &= K_{qx} \sin \theta - K_{qy} \cos \theta, & K_{qs} &= K_{qx} \cos \theta + K_{qy} \sin \theta \\
K_{\gamma n} &= K_{\gamma x} \sin \theta - K_{\gamma y} \cos \theta, & K_{\gamma s} &= K_{\gamma x} \cos \theta + K_{\gamma y} \sin \theta
\end{aligned} \tag{2.5}$$

(2.4)式を解くために、式中の積分形を Newton-Cotes の数値積分法によつて和の形で表示し、多元一次連立方程式とする。その際、(2.4) 第一式の第二項及び第二式の第三項は特異核を有するので、特異点附近は次の近似式を用いて級数表示する。

(近似 1) 特異点近傍のノズル壁面及び噴流形状を次の二次曲線をもつて近似する。

$$\frac{y'}{y} = 1 + 2Bt + 2Ct \tag{2.6}$$

(近似 2) 特異点近傍の吹出し強さ及び渦強さの分布を次の三次曲線をもつて近似する。

$$\begin{aligned}
q' &= Q_0 + Q_1 t + Q_2 t^2 + Q_3 t^3 \\
r' &= P_0 + P_1 t + P_2 t^2 + P_3 t^3
\end{aligned} \tag{2.7}$$

ここに、 $t = (x' - x)/2y$ 、定係数は特異点及びそれに隣接する区分点における条件によつて定める。

かくして得られる連立方程式は、特異点近傍に相当する項が他項に比較して大きいので、逐次近似的に解くことができ、その結果吹出し及び渦強さの分布が定まる。

噴流形状はそれが流線となる条件 $v_n = 0$ により定まる。即ち計算当初に仮定した噴流形状がポテンシャル流れとしての流線をなしていない場合、 $v_n \neq 0$ である。よつて、 $v_n = 0$ となるよう流線の接線方向を補正すれば、噴流形状は次式によつて定まる。

$$y^{(n)} = y^{(n-1)} - \int_0^x (1 + \tan^2 \theta^{(n-1)}) \left(\frac{v_n}{v_2} \right)^{(n-1)} dx \tag{2.8}$$

次に、第零近似として仮定した噴流形状の代りに(2.8)式によつて算出した値を用い、再び q 及び r 分布の計算を行う。以下同様の計算を繰り返す、収斂値として諸量が定まる。

4. 流 速 分 布

吹出し強さ及び渦強さの分布が定まれば、それらに一樣流をスーパーポーズすることによつて任意点における流速及びその方向が次式によつて計算できる。

$$v = \sqrt{(1 + v_x)^2 + v_y^2}, \quad \theta = \tan^{-1} \frac{v_y}{1 + v_x} \tag{2.9}$$

5. 数 値 計 算 例

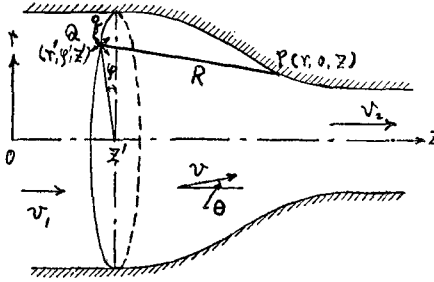
本法による数値計算例として、第一編において等角写像法により算出したノズルについて数値計算を行い、ノズル内の圧力分布及び噴流形状が第一近似において、等角写像法による計算結果に一致することを確認した。

第二章 軸対称理論

第一節 ノズルと噴流を連続流線としての取扱

1. 解析方法

本節においては、ノズルの壁面が充分上流より充分下流迄存在するノズルを通る軸対称流れを取扱う。



第 3・1 図 ノズルを通る軸対称流れ

今解析せんとするノズルを流速 1 なる一様流の場に第 3・1 図の如くその軸を流れの方向に一致させて置けば、第一章 1 においてノズル壁面の部分について述べた理由によつて壁面に沿うて吹出しを分布することになる。但し、本節で取扱う軸対称ノズルに対しては、吹出しは三次元吹出しであり、その強さは流れの軸対称性によつて円周方向に一定である。即ち、円周に沿うて一定強さの三次元吹出しを分布するリング吹出しを軸方向に壁

面形状に応じた強さの分布で重ね合せた場合の流れの場を解析する問題に帰着する。その吹出し強さは流れが壁面に沿う条件によつて定まり、ノズル内の任意点の流速はこの吹出し分布と一様流との重ね合せによつて求めることができる。

2. 誘起速度

座標軸原点を中心軸上適当の位置にとり、中心軸に沿ひ下流方向に z 軸とする円筒座標系を採用する。しかる時、ノズル壁面に沿うて分布する三次元吹出しによつてノズル内の任意点 P に生ずる誘起速度は次の如くなる。

$$v_r = \int_{-\infty}^{\infty} q' K_{qr} dz', \quad v_z = \int_{-\infty}^{\infty} q' K_{qz} dz' \quad (3.1)$$

ここに、

$$\begin{cases} K_{qr} = \frac{r'}{2\pi r r_1 \cos \theta'} \left[K - \frac{r_1^2 + r_2^2 - 4r^2}{2r_2^2} E \right] \\ K_{qz} = \frac{r'(z-z') E}{\pi r_1 r_2^2 \cos \theta'} \end{cases} \quad (3.2)$$

$$r_1^2 = (r+r')^2 + (z-z')^2, \quad r_2^2 = (r-r')^2 + (z-z')^2$$

K, E は第一種及び第二種完全楕円積分である。

3. 吹出し強さ

流れが壁面に沿う条件を誘起速度(3.1)式をもつて表示すれば次の積分方程式を得る。

$$\sin \theta + \int_{-\infty}^{\infty} q' K_{qn} dz' = 0 \quad (3.3)$$

ここに、

$$K_{qn} = K_{qz} \sin \theta - K_{qr} \cos \theta \quad (3.4)$$

(3.3)式を解くにあつて、前章で置いた(近似 1,2)の外に更に次の(近似 3)をもうける。

(近似 3) 完全楕円積分 $K(k), E(k)$ を $k=1$ の近傍に対して次式で近似する。

$$K = \zeta^{-\alpha}(a_0 + a_1\zeta + a_2\zeta^2 + a_3\zeta^3), \quad E = 1 + b_1\zeta + b_2\zeta^2 + b_3\zeta^3 \quad (3.5)$$

ここに, $\zeta^2 = 1 - k^2 = r_2^2/r_1^2$

かくして(3.3)式は前章と同様に多元一次連立方程式として逐次近似的に解くことができる。

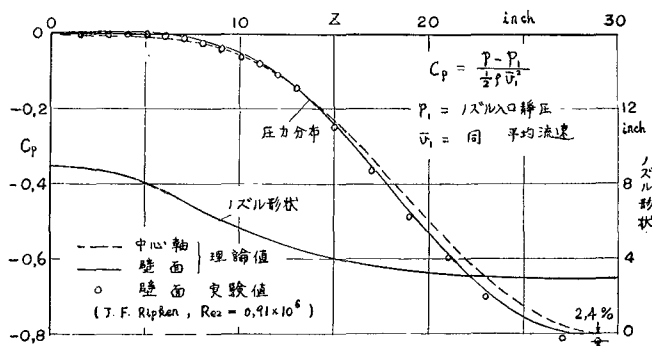
4. 流速分布

吹出し強さの分布が定まればこれと一樣流との重ね合せによつて流れの場の流速 v 及びその方向 θ は(3.1)式及び次式によつて算出することができる。

$$v = \sqrt{v_r^2 + (1 + v_z)^2}, \quad \theta = \tan^{-1} \frac{v_r}{1 + v_z} \quad (3.6)$$

5. 数値計算例及び実験値との比較

本理論による数値計算例として, J. F. Ripken が設計し実験に供したノズル [3] を採用した。その形状は第 3・2 図に示す通りである。このノズルの壁面並びに中心軸に沿う圧力分布を算出した結果を Ripken の実験値と対比して同図に示した。理論値と実験値とは壁面の大部分の領域において良く一致し、両者の最大差はノズル出口付近において生じ、その値は 2.4 % である。これは摩擦損失による程度の値である。又、ノズル出口 ($z = 30.5''$) における流路断面内の流速分布を実験値と対比した結果、境界層を除いた領域において両者は極めて良く一致した。

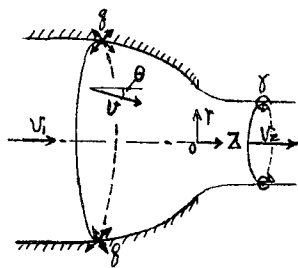


第 3・2 図 ノズル形状 及び 圧力分布

第二節 噴流を不連続流れとした取扱

第一項 ニードルバルブがない場合

1. 解析方法



第 4・1 図 ノズルを通る軸対称流れ

本項においてはノズルより噴流となつて出の場合のノズルを通る軸対称流れを解析する。その解析方法において、壁面及び噴流表面に沿うてそれぞれ吹出し及び渦を分布せしめる理由及びそれらの強さの決定方法は第一章と全く同一の理念に立脚するが、本項において壁面に分布する吹出しは流れの場の軸対称性によつて円周方向に同一強さを持ち軸方向に形状に応じた強さの分布を持つ三次元吹出しとなる。又、噴流表面に分布した渦は円周方向に渦軸を持ちその強さが周方向に一定で流れの方向に形状に応じた強さで分布することになる。

また、噴流形状の第零近似としては、同一出口角を有する特種なノズルの二次元流れの場合の収縮係数 [1 ; 2 ; 5] を自身の面積比により定義した収

縮係数として持つ噴流形状を仮定するのが有効である。

2. 誘起速度

座標軸原点を中心軸上ノズル出口に置き、中心軸に沿い下流方向に z 軸とする円筒座標系を用いれば、ノズル壁面に沿うて分布する吹出し $q(z)$ 、噴流表面に沿うて分布する渦 $\gamma(z)$ 及び一様流によつてノズル内の任意点 (r, z) に生ずる誘起速度は次の如くなる。

$$\begin{cases} v_r = \int_{-\infty}^0 q' K_{qr} dz' + \int_0^{\infty} \gamma' K_{\gamma r} dz' \\ v_z = 1 + \int_{-\infty}^0 q' K_{qz} dz' + \int_0^{\infty} \gamma' K_{\gamma z} dz' \end{cases} \quad (4.1)$$

ここに、 K_{qr} 、 K_{qz} は (3.2) 式に同じ。又、

$$\begin{cases} K_{\gamma r} = -\frac{(z-z')}{4\pi r r_1 \cos \theta'} \left[\left(1 + \frac{r_1^2}{r_2^2}\right) E - 2K \right] \\ K_{\gamma z} = -\frac{1}{2\pi r_1 \cos \theta'} \left[K - \frac{r_1^2 + r_2^2 - 4r'^2}{2r_2^2} E \right] \end{cases} \quad (4.2)$$

3. 吹出し強さ、渦強さ及び噴流形状

吹出し強さ $q(z)$ 及び渦強さ $\gamma(z)$ を定める条件は第一章 3 の (2.4) 式と同一形式の積分方程式となる。但し、(2.4) 式中の K_{qn} 等は次式の定義に従う。

$$\begin{aligned} K_{qn} &= K_{qz} \sin \theta - K_{qr} \cos \theta, & K_{qs} &= K_{qz} \cos \theta + K_{qr} \sin \theta \\ K_{\gamma n} &= K_{\gamma z} \sin \theta - K_{\gamma r} \cos \theta, & K_{\gamma s} &= K_{\gamma z} \cos \theta + K_{\gamma r} \sin \theta \end{aligned} \quad (4.3)$$

積分方程式は前述の (近似 1~3) を用いて多元一次連立方程式に書換えれば逐次近似的に解くことができる。

又、噴流形状の算出は次式による。

$$r^{(n)} = r^{(n-1)} - \int_0^z (1 + \tan^2 \theta^{(n-1)}) \left(\frac{v_n}{v_2} \right)^{(n-1)} dz' \quad (4.4)$$

4. 流速分布

吹出し強さ及び渦強さの分布が定まれば、それらと一様流との重ね合せによつて任意点における流速及びその方向は (3.6) 及び (4.1) 式により計算することができる。

第二項 ニードルバルブがある場合

1. 解析方法

ペルトン水車ノズルは、前項で取扱つたノズルにニードルバルブを挿入した場合に相当する。このニードルバルブの存在が流れの場を与える影響を、本項においては中心軸に沿い吹出し或いは吸込みを置いて考慮する。その強さは、流れがニードルバルブに沿う条件により定まる。

2. 誘起速度

ノズル中心軸に沿うて分布した強さ $q_e(z)$ の三次元吹出しが流路内の任意点 $P(r, z)$ に誘起する速度は次式で表示される。

$$v_{er} = \int_{-\infty}^T q_e' K_{er} dz', \quad v_{ez} = \int_{-\infty}^T q_e' K_{ez} dz' \quad (4.5)$$

ここに,

$$K_{er} = -\frac{r}{4\pi R^3}, \quad K_{ez} = \frac{(z-z')}{4\pi R^3}, \quad (4.6)$$

$$R^2 = r^2 + (z-z')^2$$

T はニードルバルブ先端の z 座標である. 又, ノズル壁面に沿う吹出し分布及び噴流表面に沿う渦分布による誘起速度は前項 2 と同一である.

3. 吹出し強さ, 渦強さ及び噴流形状

中心軸に沿うて分布すべき吹出し強さ $q_e(z)$ は, 流れがニードルバルブ表面に沿う条件即ち次式によつて定まる.

$$\sin\theta + \int_{-\infty}^0 q' K_{qn} dz' + \int_0^{\infty} r' K_{\gamma n} dz' + \int_{-\infty}^T q_e' K_{en} dz' = 0 \quad (4.7)$$

ここに, $K_{en} = K_{ez} \sin\theta - K_{er} \cos\theta$

又, ノズル壁面に沿う吹出し強さ分布及び噴流表面に沿う渦強さ分布は次式で定まる.
 $z \leq 0$ (壁面) に対して,

$$\sin\theta + \int_{-\infty}^0 q' K_{qn} dz' + \int_0^{\infty} r' K_{\gamma n} dz' + \int_{-\infty}^T q_e' K_{en} dz' = 0 \quad (4.8)$$

$z \geq 0$ (噴流表面) に対して,

$$\cos\theta + \int_{-\infty}^0 q' K_{qs} dz' + \int_0^{\infty} r' K_{\gamma s} dz' + \int_{-\infty}^T q_e' K_{es} dz' = v_2 \quad (4.9)$$

ここに, $K_{es} = K_{ez} \cos\theta + K_{er} \sin\theta$

連立積分方程式(4.7)~(4.9)の解法及び噴流形状の算出方法は前項と同様である.

4. 流速分布

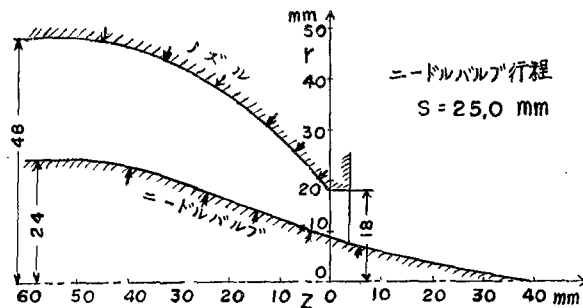
流れの場の任意点における流速及びその方向は次式によつて計算できる.

$$\begin{cases} v = \sqrt{(1 + v_{qz} + v_{\gamma z} + v_{ez})^2 + (v_{qr} + v_{\gamma r} + v_{er})^2} \\ \theta = \tan^{-1} \frac{v_{qr} + v_{\gamma r} + v_{er}}{1 + v_{qz} + v_{\gamma z} + v_{ez}} \end{cases} \quad (4.10)$$

第三項 数値計算例及び実験値との比較

1. 供試ノズル及びニードルバルブ

本節の理論による数値計算例として, E.Reichel と W. Wagenbach がペルトン水車ノズルの



第 4.2 図 供試ノズル 及び ニードルバルブ形状
 (Reichel & Wagenbach [4])

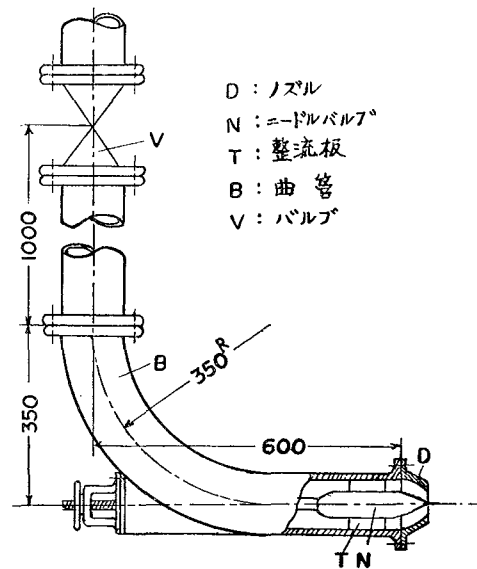
実験に供したノズル及びニードルバルブ〔4〕を採用しニードルバルブがない場合及びニードルバルブを閉め切り状態からの行程 25.0 mm の位置に挿入した場合の二例について数値計算及び実験を行なった。第 4・2 図に供試ノズル及びニードルバルブの形状を示す。

2. 実 験

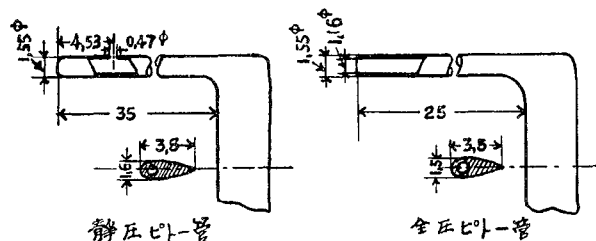
(1) 実験装置及び方法

上記のノズル及びニードルバルブを製作し、第 4・3 図に示す実験装置により実験を行なった。

即ち、ノズル及びニードルバルブ表面の静圧分布を測定するために第 4・2 図に矢印をもつて示す位置に直径 0.5 mm の測定孔をもうけた。又、噴流内の全圧及び静圧を測定するために第 4・4 図に示すピトー管を製作しこれらを高速力学研究所のキャビテーション・タンネル〔6〕において検定し使用した。又、噴流形状は読取り顕微鏡により、流量は容量タンクにより測定した。



第 4・3 図 実験装置



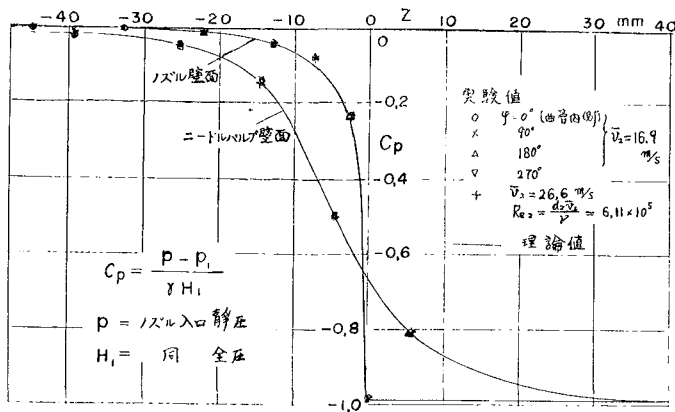
第 4・4 図 ピトー管

(2) 実験結果

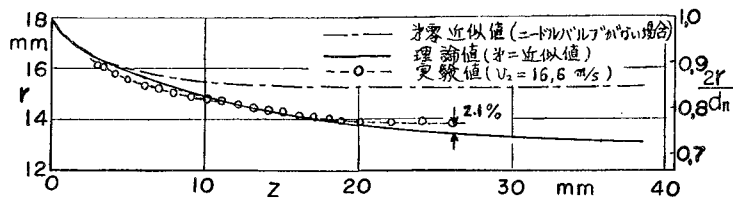
前述の二例について、ノズル壁面及びニードルバルブ壁面或いは中心軸に沿う圧力分布、噴流内の流速分布、並びに噴流形状を測定した。その一例として、ニードルバルブを挿入した場合の圧力分布、噴流形状及び噴流断面内の流速分布を第 4・5 図、第 4・6 図及び第 4・7 図に示す。

3. 数値計算及び実験値との比較

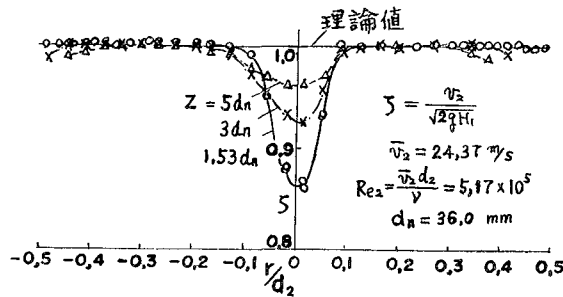
前述の二例について、上記圧力分布、噴流内流速分布及び噴流形状を本節の理論によつて算出した。その一例として、ニードルバルブを挿入した場合を第 4・5 図、第 4・6 図及び第 4・7 図に実線により示した。これらは第二近似値であるが、実験値と対化すれば圧力分布に関して最大 1.5%、噴流形状に関しては噴流最小断面附近において 2.1% の差があるのみで、両者の一致は充分であるといえる。又、噴流断面内の流速分布は、ニードルバルブの後流と考えられる領域以外において実験誤差の範囲内で一致している。



第 4.5 図 ノズル壁面及びニードルバルブ壁面に沿う圧力分布



第 4.6 図 噴流形状 (ニードルバルブがある場合)



第 4.7 図 噴流断面内の流速分布

結 論

本文は、先ず第一編において、噴流を不連続流れとしてノズルの形状を求める一方法を提示した。即ち、等角写像法によつて、ノズル壁面に対応する速度面の図形を一円弧をもつて与えることにより、ノズル壁面に沿う圧力分布が連続的且つ漸減的であるノズルの形状を求める理論を提示し、数値計算例によりそのことを確認した。

次に第二編において、任意形状のノズルを通る流れを解析する理論を展開した。即ち、本編第一章において任意形状のノズルより噴流となつて出る流れの二次元理論を提示した。その解析の方法としては、与えられたノズルの壁面に沿うて分布した二次元吹出しと噴流表面に沿うて分布した渦とに一樣流をスーパーポーズして、ノズル内の流れを求める方法をとつた。本理論の数値計算例として、第一編において等角写像法によつて得たノズルについてその圧力分布及び噴流形状を算出し、等角写像法によつた場合と一致することを確認した。

次に第二章第一節において、ノズル下流に壁面が続いて存在する場合の任意形状のノズルを通

る流れに関する軸対称理論を提示した。その解析方法は、壁面に沿うて分布したリング状の三次元吹出しに一樣流をスーパーポーズして流れの場を解析する方法をとつた。その数値計算例として、J. F. Ripken が実験に供したノズルの圧力分布を算出し、同氏の測定値と対比して満足すべき一致をみた。

更に第二節において、ノズルより噴流となつて出る流れに関する軸対称理論を提示した。本理論の解析方法としては、ノズル壁面に沿うて分布したリング吹出し、噴流表面に沿うて分布したリング渦、及び一樣流をスーパーポーズして流れの場を解析した。又、ペルトン水車ノズルに対しては、ニードルバルブの存在が流れの場に与える影響を中心軸上に吹出しを分布して考慮する方法をとつた。本理論の数値計算例として、E. Reichel 等の設計になるペルトン水車ノズルについてその圧力分布及び噴流形状を算出した。又、同ノズルを製作し実験に供して、圧力分布及び噴流形状を測定した。しかしてその測定値と理論値とを対比し、満足すべき一致をみた。

終りに臨み、本研究の課題を下され、終始懇切な御指導を賜つた沼知教授に衷心より感謝の意を表します。又、本研究に対して有益な助言をいただいた高速力学研究所の菊池教授並びに村井教授に厚く謝意を表します。

文 献

- [1] 下坂実：ノズルより噴出する流体の形状，日本機械学会論文集，第6巻(昭15)，第23号，Ⅲ-1/9頁。
- [2] 小林俊二：ペルトン水車ノズルの理論的研究，東北大学審査修士学位論文(昭32)。
- [3] J. F. Ripken：Design Studies for a Closed-Jet Water Tunnel, Univ. Minnesota, St. Anthony Falls Hydraulic Lab., Tech. Rep. No.9, Series B, p. 52/61, 1951.
- [4] E. Reichel u. W. Wagenbach：Versuche an Becherturbine, Zeit. V. D. I., Bd. 57(1913), S. 441/445, 493/500 u. 527/534.
- [5] H. W. Hahnemann：Konturen von freien Ausflusstrahlen und ihre technischen Anwendungen, Forsch. Ing-Wes., Bd. 18(1952), S. 45/55.
- [6] 沼知紹三郎：翼型4個のキャビテーション性能，日本機械学会論文集，第7巻(昭16)，第28号，Ⅲ-1/9.

審 査 結 果 要 旨

本論文においては、キャビテーション・タンネルや密閉式風洞の収縮ノズルにおける連続的流れ、更に開放式風洞、ペルトン水車、消防用筒先、石炭掘さく用筒先等のノズルにおける噴流を伴う不連続流れとの両者に関する理論的研究を目標としている。

第1編においては、流れが噴流になる場合を2次元不連続流れとしてノズルの形状を求める解析を行つている。この問題に関する論文は二三散見するが、何れも壁面に沿うて局所的減速領域の存在が見られ、また、この種の等角写像法の特徴として壁面形状が直線の連続に限定される難点があつた。これに対し本論文においては、好適なる写像函数を新に導入することにより、上記の難点を解決しておる。

上記理論による壁面形状の変化に関しては、自から限界がある。依つて、第2編第1章においては、与えられた任意形状のノズルの2次元不連続流れを解析している。その方法は、与えられたノズルの形状に応じて強さを適当に変えた吹き出しをノズルの壁面に沿うて分布し、また噴流表面に沿うては強さを適当に変えた渦を分布し、そして、更に一様流れを重ね合せている。

第2章第1節においては、任意形状の軸対称ノズル内の連続的流れを解析している。その方法はノズル断面の円周上に吹き出しを分布したわけである。数値計算例として Ripken が実験に供したキャビテーション・タンネルの収縮ノズルの形状を採用し、壁面上軸方向の圧力分布とノズル断面上の流速分布を算出し、同氏の実験と対比して満足すべき一致を得ている。

第2節には、ノズルから噴流となつて出る場合を取扱つている。この場合は前述の解析に加えて、更に噴流の外周円を軸とする環状渦を噴流に沿うて適宜分布したわけである。

更にペルトン水車ノズルとして中心にニードル・バルブが存在している場合には、上記に加ふるにニードルの解析として、その軸に沿うて吹き出しと吸い込みとを夫々適当に強さを変化して分布せしめることにより、これを置換表示している。その数値計算例としては、Reichel 及び Wagenbach によるペルトン水車ノズルの形状を採用し、壁面における圧力分布及び噴流形状を算出した。一方において、このノズル表面の圧力分布及び噴流形状を実験的に測定し、これらの実験値と上記理論値とを対比して夫々満足すべき一致を得ている。

以上要するに、本論文はノズル内の流れ及び噴流特にペルトン水車ノズルの不連続流れ等に関し、新たな解析の方法を提示し、流体力学上有益な寄与をしたものと認められる。

よつて、本論文は工学博士の学位論文として合格と認める。